

موضوعات اختبار القدرات الأكاديمية
للقبول وتحديد المستوى في الرياضيات

1. الأعداد الحقيقية
2. الحدوديات
3. المتباينات
4. القيمة المطلقة
5. الدوال الحقيقية
6. تطبيقات رياضية (1)
7. تطبيقات رياضية (2)
8. استراتيجيات الحل والنمذجة

→ انظر تفاصيل موضوعات الاختبار مع بعض الأمثلة في الصفحات التالية

$$16 = (-4) =$$

تعريف : إذا كان $n \in \mathbb{C}$ ، $n \in \mathbb{R}^+$ فإن

$$\left. \begin{array}{l} \text{ب إذا فقط إذا } n = b^n, \text{ ن عدد فردي} \\ \text{أب إذا فقط إذا } n = b^n, \text{ ن عدد زوجي و } n \text{ ك صفر} \end{array} \right\} = \frac{1}{n}$$

$$n \left(\frac{1}{n} \right) = \left(\frac{1}{n} \right)^n = n$$

$$\text{مثال } 16 = 2^4 = \left(\frac{1}{2} \right)^{-4} = \frac{1}{2^{-4}} = \frac{1}{\frac{1}{16}} = 16$$

$$16 = \frac{1}{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2^{-4}} = \frac{1}{\frac{1}{16}} = 16$$

تعريف : إذا كان $n \in \mathbb{C}$ ، حيث $n \in \mathbb{R}^+$ ، $n \in \mathbb{R}^+$ فإن $\sqrt[n]{n} = n^{\frac{1}{n}}$
خواص الجذور :

$n \in \mathbb{R}^+$ ، $m \in \mathbb{R}^+$ ، $n \in \mathbb{R}^+$ عدنان صحيحان موجبان

فإن

$$(1) \quad \sqrt[n]{\sqrt[m]{n}} = \sqrt[n \cdot m]{n} \quad (2) \quad \sqrt[n]{n} \sqrt[m]{n} = \sqrt[n \cdot m]{n}$$

$$(3) \quad \frac{\sqrt[n]{n}}{\sqrt[m]{n}} = \sqrt[\frac{n}{m}]{n} \quad (4) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{ن عند زوجي} \\ \text{ن عند فردي} \end{array} \right\} = \sqrt[n]{n}$$

$$(5) \quad \sqrt[n]{\sqrt[m]{n}} = \sqrt[n \cdot m]{n}$$

$$\text{أمثلة (1) بسط } \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \sqrt[3]{2^9} = 2^3 = 8$$

$$(2) \quad \frac{\sqrt[2]{4}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{\sqrt[2]{2^2}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{2}{2} = 1$$

$$(3) \quad \text{ضع في أبسط صورة } \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \cdot \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{2(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{5 - 3} = \frac{2(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{2} = \sqrt{5} - \sqrt{3}$$

$$\sqrt{5} - \sqrt{3} =$$

٢. الحدوديات :

تعريف : الحدودية هي مقدار على الصورة

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

ن عند صحيح موجب

أمثلة : (1) \sqrt{s} ليست حدودية حيث أن $\sqrt{s} = \frac{1}{\sqrt{s}}$ والعديد $\frac{1}{\sqrt{s}}$ ليس صحيحا موجبا.

$$(2) \quad \frac{r}{p} s - s \text{ حدودية من الدرجة الأولى}$$

قوانين التحليل :

$$\text{فرق بين مربعين} \quad s^2 - b^2 = (s+b)(s-b)$$

$$\text{فرق بين مكعبين} \quad s^3 - b^3 = (s-b)(s^2 + sb + b^2)$$

$$\text{مجموع مكعبين} \quad s^3 + b^3 = (s+b)(s^2 - sb + b^2)$$

$$(s \pm b)^2 = s^2 \pm 2sb + b^2$$

$$(s \pm b)^3 = s^3 \pm 3s^2b + 3sb^2 \pm b^3$$

المقادير النسبية :

تعريف : المقدار النسبي هو مقدار على الصورة $\frac{f(s)}{g(s)}$ حيث كل من $f(s)$ ،

$g(s)$ حدودية

$$\text{أمثلة} \quad \frac{s}{s+1} , \frac{s^3-2}{s^2+s+1} , \frac{s^6}{s^2+1}$$

لتبسط المقدار النسبي نحلل البسط والمقام ومن ثم نقسم أو نختصر العوامل المتشابهة.

أمثلة :

$$(1) \quad \frac{s^2-2}{s+1} = \frac{(s+2)(s-1)}{(s+1)(s-1)} = \frac{s^2-2}{s+1}$$

$$(2) \quad \frac{(s-1)(s+2)}{(s+2)(s+3)} \div \frac{(s-1)(s-4)}{(s+3)^2} = \frac{s^2-2s-2}{s^2+5s+6} \div \frac{(s-1)(s-4)}{(s+3)^2}$$

$$\frac{(s+2)(s-1)(s-4)}{(s+2)(s+3)^2} = \frac{(s+2)(s-4)}{(s+3)^2} \times \frac{(s-1)(s-4)}{(s+3)^2}$$

حل المعادلات

$$(i) \text{ معادلات خطية} \quad اس + ب = صفر , \quad ا = صفر$$

أمثلة :

$$(1) \quad 5s + 3 = صفر \Leftrightarrow s = \frac{-3}{5}$$

$$(2) \quad 2 = \frac{3s}{4} + \frac{s}{3} \quad \text{نضرب الطرفين} \times 12$$

$$24 = 9s + 4s$$

$$3) \text{ أس } 2\epsilon = \text{أس } \frac{2\epsilon}{13} \Rightarrow \text{أس } \frac{2\epsilon}{13} = \text{أس } 2\epsilon$$

$$(3) \quad \frac{\frac{2\epsilon}{13}}{\epsilon - 2} = \frac{3}{2 + \text{أس}} = \frac{1}{2 - \text{أس}}$$

نضرب الطرفين بـ $\text{أس} - 2$

$$\text{أس} \neq 2 \quad \text{أس} - 2 \neq 0 \quad \text{أس} - 2 \neq 0$$

$$\text{أس} - 2 = 3(2 - \text{أس}) \Rightarrow \text{أس} - 2 = 6 - 3\text{أس}$$

$$4\text{أس} = 8 \Rightarrow \text{أس} = 2$$

بما أن $\text{أس} \neq 2$ بالمعادلة الأصلية فإن المعادلة ليست لها حل.

(ii) معادلات من الدرجة الثانية

أس $2 + \text{ب} + \text{س} + \text{ج} = \text{صفر}$ ، $\text{أ} \neq \text{صفر}$

طرق لحل معادلات من الدرجة الثانية (1) التحليل (2) إكمال المربع (3) قانون المميز

ملاحظة: إذا كان $\text{أب} = \text{صفر}$ فإن $\text{أ} = \text{صفر}$ أو $\text{ب} = \text{صفر}$

مثال: حل المعادلة باستخدام طريقة إكمال المربع

$$\text{أس} 2 + 2 = 4$$

$$\text{أس} 2 + 2 + 1 = 1 + 4 \Rightarrow 1 + 4 = 5$$

(إضافة مربع نصف معامل س للطرفين)

$$5 = (1 + \text{أس})^2$$

$$\sqrt{5} \pm 1 = 1 + \text{أس}$$

$$\text{أس} = \sqrt{5} \pm 1 - 1 = \sqrt{5} - 1$$

$$\frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^2 - 4\text{أج}}}{2\text{أ}}$$

قانون المميز: إذا كان $2 + \text{ب} + \text{س} + \text{ج} = \text{صفر}$ فإن $\text{أس} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^2 - 4\text{أج}}}{2\text{أ}}$

3. المتباينات:

خواص المتباينات:

- (1) إذا كان $\text{س} > \text{ص}$ و $\text{ص} > \text{ع}$ فإن $\text{س} > \text{ع}$
- (2) إذا كان $\text{س} > \text{ص}$ فإن $\text{س} + \text{ع} > \text{ص} + \text{ع}$
- (3) إذا كان $\text{س} > \text{ص}$ فإن $\text{س} - \text{ع} > \text{ص} - \text{ع}$
- (4) إذا كان $\text{س} > \text{ص}$ و $\text{ع} < \text{صفر}$ فإن $\text{س} \cdot \text{ع} < \text{ص} \cdot \text{ع}$
- (5) إذا كان $\text{س} > \text{ص}$ و $\text{ع} > \text{صفر}$ فإن $\text{س} \cdot \text{ع} > \text{ص} \cdot \text{ع}$
- (6) إذا كان $\text{س} > \text{ص}$ و $\text{س} < \text{صفر}$ فإن $\frac{1}{\text{س}} < \frac{1}{\text{ص}}$
- (7) إذا كان $\text{صفر} > \text{س} > \text{ص}$ و ن عدد صحيح موجب فإن $\text{س}^{\text{ن}} > \text{ص}^{\text{ن}}$
- (8) إذا كان $\text{صفر} > \text{س} > \text{ص}$ و ن عدد صحيح موجب فإن $\text{س}^{\text{ن}} < \text{ص}^{\text{ن}}$
- (9) إذا كان $\text{س} > \text{ص}$ و $\text{ع} > \text{د}$ فإن $\text{س} + \text{ع} > \text{ص} + \text{د}$

٤. القيمة المطلقة

تعريف: $|x| = \begin{cases} x & \text{إذا كان } x \geq 0 \\ -x & \text{إذا كان } x < 0 \end{cases}$

$$|x| = \sqrt{x^2}$$

خواص القيمة المطلقة: x, y عدنان حقيقيان

$$(1) |x| \geq 0 \quad (2) |x| = |-x| \quad (3) |x| = |x| \quad (4) |x| = |x|$$

$$(5) \frac{|x|}{|y|} = \left| \frac{x}{y} \right| \quad (6) |x| = |x| \text{ إذا فقط إذا } x = y \text{ أو } x = -y$$

$$(7) |x| > |y| \text{ إذا فقط إذا } -x > y \text{ أو } x > -y$$

$$(8) |x| < |y| \text{ إذا فقط إذا } -x < y \text{ أو } x < -y$$

$$(9) |x| \leq |y| \text{ إذا فقط إذا } -y \leq x \leq y$$

معادلات تشمل القيمة المطلقة:

$$(1) \text{ أمثلة: حل المعادلة } |x-3| = 4$$

$$x-3 = 4 \text{ أو } x-3 = -4 \quad (\text{خاصية 5})$$

$$x = 7 \text{ أو } x = -1$$

متباينات تشمل القيمة المطلقة:

$$(1) \text{ مثال: حل المتباينة } |x-3| < 5, x \neq \frac{3}{2}$$

$$|x-3| < 5 \quad (\text{خاصية 6 من المتباينات})$$

$$-5 < x-3 < 5 \quad (\text{خاصية 6 من خواص المطلق})$$

$$\frac{3}{2} < x < \frac{9}{2}$$

$$\text{مجموعة الحل } \left(\frac{3}{2}, \frac{9}{2} \right) \cup \left(\frac{3}{2}, \frac{9}{2} \right)$$

٥. الدوال الحقيقية

لتكن S, T مجموعتان غير خاليتين - الدالة $f: S \rightarrow T$ هي قانون نعين

بموجبه لكل عنصر في S عنصر وحيد في T . وتسمى المجموعة S مجال الدالة.

عمليات على الدوال:

لتكن كل من f, g دالة مجالها M و h دالة على التوالي.

$$\text{إذا } f, g, h \text{ دوال } \Rightarrow f+g, f-g, fg, \frac{f}{g} \text{ دوال}$$

$$و \quad م \cap ق = (س : م) \cap (س : ق) \neq (س : م \cap ق) \text{ (صفر)}$$

تركيب دالتين

لتكن دوق دالتان. تركيب د و ق هو الدالة د ق حيث (د ق) (س) = د(ق(س))

مثال:

$$\text{لتكن} \quad د(س) = \frac{س}{1+س} \quad \text{و} \quad ق(س) = \frac{2}{1-س} \quad \text{، أوجد د ق}$$

الحل

$$\text{د ق(س)} = (د(ق(س))) = \frac{\frac{س}{1+س}}{1 + \frac{2}{1-س}}$$

$$\frac{س}{1+س} = \frac{س}{2 + (1-س)} = \frac{(1-س) \left(\frac{س}{1-س} \right)}{(1-س) \left(1 + \frac{2}{1-س} \right)} =$$

$$م \text{ د ق} = \{س : س \neq \pm 1\}$$

٦. تطبيقات حياتية (١)

مساحات ، حجوم ومكاييل ، أوزان ، تحويل وحدات

(١) مساحات :

قواعد المساحة :

(أ) مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ (القاعدة × الارتفاع)

(ب) مساحة المستطيل = الطول × العرض

(ج) مساحة الدائرة = π نق^٢

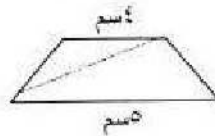
باستخدام القواعد الثلاثة أعلاه بالإمكان معرفة مساحات لمناطق أكثر تعقيداً كما

في الأمثلة التالية:

مثال (١) :

أوجد مساحة شبه المنحرف المبين في الشكل

الحل :



نقسم الشكل إلى مثلثين لهما نفس الارتفاع

الارتفاع ٣ سم ، قاعدة الأول ٤ سم ، وقاعدة

الثاني ٥ سم . فنكون :

$$\text{مساحة الأول} = \frac{3 \times 4}{2} = 6 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة الثاني} = \frac{3 \times 5}{2} = 7,5 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة الشكل} = 6 + 7,5 = 13,5 \text{ سم}^2$$

ملاحظة : إذا استخدم الطالب قاعدة المساحة لشبه المنحرف فلا بأس.

مثال (٢) :

أوجد مساحة المعين المعين في الشكل.

الحل :

نقسم الشكل إلى مثلثين متطابقين

قاعدة كل منهما ٦ سم وارتفاعه ٤ سم

$$\text{المساحة} = \left(4 \times 6 \times \frac{1}{2} \right) \times 2 = 24 \text{ سم}^2$$

ملاحظة : بالإمكان استخدام قاعدة مساحة المعين.

مثال (٣) :

أوجد مساحة المنطقة المبينة بالشكل.

الحل :

نقسم المنطقة إلى مستطيل ومربع

$$\text{فتكون المساحة} = (4 \times 6) + (2 \times 2) =$$

$$24 + 4 =$$

$$28 \text{ سم}^2 =$$

مثال (٤) :

أوجد مساحة المنطقة المبينة بالشكل.

الحل :

نقسم المنطقة إلى مستطيل ونصف دائرة

$$\text{فتكون المساحة} = \left(\frac{1}{2} \times \pi \times (2)^2 \right) + (6 \times 4) =$$

$$= (\pi \times 2 + 24) \text{ سم}^2$$

(٢) حجوم ومكاييل :

قواعد الحجم :

(أ) حجم الموشور القائم = مساحة القاعدة × الارتفاع.

وقد تكون القاعدة أي من الأشكال الواردة في باب المساحات أعلاه

(ب) حجم الاسطوانة القائمة = π نق^٢ × الارتفاع

ج) حجم المخروط القائم = $\frac{1}{3} \pi r^2 \times \text{نق}^1 \times \text{الارتفاع}$

هنا لا يُطلب من التلميذ إيجاد حجوم ، ولكن يأتي حساب الحجوم ضمن مسائل حياتية.

مثال (١) :

طريق طولة ٣ كم وعرضه ١٤ متراً ، تريد فرشاه بالأسفلت بسماكة ٣٠ سم ، كم شاحنة من الأسفلت نحتاج إذا كانت سعة الشاحنة ١٢ م^٣ ؟

الحل :

حجم الأسفلت = الطول × العرض × الارتفاع

$$= ٣٠٠٠ \times ١٤ \times ٠,٣٠ = ١٢٦٠٠٠ \text{ م}^٣$$

$$\text{عدد الشاحنات} = ١٢٦٠٠٠ \div ١٢ = ١٠٥٠٠$$

مثال (٢) :

لدينا ١٢٨ لتر من العصير نريد تعبئتها بزجاجات سعة كل منها ربع لتر. ما هو عدد الزجاجات المطلوبة ؟

الحل :

$$\text{عدد الزجاجات المطلوبة} = ١٢٨ \div \frac{1}{4} = ٤ \times ١٢٨ = ٥١٢ \text{ زجاجة.}$$

مثال (٣) :

مصنع لتعقيم وتوزيع الحليب ، يعقم الحليب في براميل اسطوانية قطر قاعدة كل برميل متراً واحداً وارتفاعه متران. يوزع الحليب بعد التعقيم في علب سعة كل علبة ٣١٤ سم^٣. كم علبة حليب يعطي البرميل الواحد ؟ (استعمل $\pi = ٣,١٤$)

الحل :

حجم البرميل = $\pi r^2 \times \text{نق}^1 \times \text{الارتفاع}$

$$= ٣,١٤ \times (٥٠)^2 \times ٢٠٠ = ١٥٧٠٠٠٠ \text{ سم}^٣$$

$$\text{عدد العلب} = ١٥٧٠٠٠٠ \div ٣١٤ = ٥٠٠٠ \text{ علبة}$$

(٣) أوزان :

تعطى الأوزان ضمن مسائل حياتية

مثال (١) :

وزن سليم وسعيد معاً ١٢٠ كلغ. فما وزن كل منهما إذا كان سليم أثقل من سعيد بـ

٢٤ كلغ؟

الحل :

وزن الاثني بدون الزيادة = $120 - 24 = 96$ كلف

وزن سعد = $96 \div 2 = 48$ كلف

وزن سليم = $48 + 24 = 72$ كلف

مثال (٢) :

وزن قطة وكلب وحمل معاً ٢٨ كلف . فما وزن كل منيم إذا كان وزن القطة نصف

وزن الكلب ووزن الكلب نصف وزن الحمل ؟

الحل :

وزن الكلب ضعف وزن القطة ووزن الحمل أربعة أضعاف وزن القطة.

٢٨ كلف هو ٧ أضعاف وزن القطة

وزن القطة = $28 \div 7 = 4$ كلف

وزن الكلب = $2 \times 4 = 8$ كلف

وزن الحمل = $4 \times 4 = 16$ كلف

(٤) تحويل وحدات :

(أ) يجب أن يكون التحويل ضمن النظام المترى. وإذا كان هناك تحويل بين أكثر من نظام (من الامبراطوري إلى المترى مثلاً) فتعطى المعلومات الضرورية لذلك.

(ب) يكون التحويل مباشراً كما في الأمثلة التالية أو ضمن مسائل حياتية كما في المثالين (١) و (٣) في بند الحجم والمكاييل أعلاه.

مثال (١) :

إذا كان الرطل يساوي ٤٥٤ غرام

فإن :

(أ) ٣٥٠ كلف = رطلاً

(ب) ١٠٥ غرام = رطلاً

(ج) ١٣ رطل = كلف

الحل :

(أ) $350 \div 454 = 0.7709$ رطلاً

(ب) $105 \div 454 = 0.23$ رطلاً

(ج) $13 \times 454 = 5902$ كلف

مثال (٢) :

سيارة سرعتها ٦٠ كم / ساعة . فكم متراً تكون سرعتها في الدقيقة ؟

الحل :

$$1000 = \frac{1000 \times 60}{60} \text{ متر / دقيقة}$$

مثال (3) :

إملاً الفراغ فيما يلي :

- (أ) $3 \text{ م}^2 = \dots \text{ سم}^2$
(ب) $200 \text{ لتر} = \dots \text{ م}^2$ علماً بأن اللتر = 1000 سم^3
(ج) $7 \text{ م}^2 = \dots \text{ سم}^2$
(د) $150000 \text{ سم}^2 = \dots \text{ م}^2$

الحل :

- (أ) $300000 \text{ سم}^2 = 10 \times 3$
(ب) $200000 \text{ م}^2 = 1000 \times 200$
(ج) $70000 \text{ سم}^2 = 10 \times 7$
(د) $150000 \text{ سم}^2 = 10 \div 15$

٧. تطبيقات حياتية (٢)

نسبة وتناسب ، نسب مئوية ، فوائد بنكية

١- نسبة وتناسب :

(أ) النسبة هي مقارنة بين كميتين أو أكثر. مثلاً : نسبة دخلي الشيربي إلى دخل أخي هي ٣ : ٢ . وهي تعني أنه كلما دخل إلى جيب أخي ديناران يدخل إلى جيبى ثلاثة دنانير. وإذا دخل إلى جيب أخي ٢٠٠ دينار يدخل إلى جيبى ٣٠٠ دينار ، وهكذا.

قاعدة : يمكن ضرب كل أطراف النسبة بنفس العدد.

مثلاً : النسبة ٣ : ٢ تساوي النسبة ٣٠٠ : ٢٠٠ .

وبذلك يمكن معاملة النسبة ٣ : ٢ كأنها الكسر $\frac{3}{2}$.

مثال (١) :

إذا كانت نسبة الفوز إلى الخسارة ١٥ : ١٦ وكان عدد مرات الخسارة ٦٤. فما هو عدد مرات الفوز ؟

الحل :

$$\frac{15}{16} = \frac{f}{c}$$
$$\frac{15}{16} = \frac{f}{64}$$
$$15 \times 64 = f \times 16$$
$$60 = f$$

يكون عدد مرات الفوز = 60 مرة

مثال (2) :

إذا كانت نسبة الفوز إلى الخسارة 15 : 16 وكان عدد مرات الخسارة 64 فكم مباراة

لعب الفريق ؟

الحل :

كما في المثال (1) عدد مرات الفوز 60

$$\text{عدد المباريات التي لعبها الفريق} = 64 + 60 = 124$$

مثال (3) :

الأجر اليومي الإجمالي لثلاثة عمال هو 72 ديناراً موزعة بينهم بنسبة 3 : 4 : 5، فما

هو الأجر اليومي لكل منهم ؟

الحل :

$$\text{عدد الحصص هو } 3 + 4 + 5 = 12 \text{ حصة}$$

$$\text{الحصة الواحدة من الأجر} = 72 \div 12 = 6 \text{ دينار}$$

$$\text{أجر الأول} = 3 \times 6 = 18 \text{ دينار}$$

$$\text{أجر الثاني} = 4 \times 6 = 24 \text{ دينار}$$

$$\text{أجر الثالث} = 5 \times 6 = 30 \text{ دينار}$$

ب) إذا كان هناك كميتان متغيرتان بحيث تبقى النسبة بينهما ثابتة نقول أن الكميتين

متناسبتين أو أن بينهما تناسباً ويقال أيضاً أن بينهما تناسباً طردياً.

فمثلاً إذا اشترينا عدداً من الأقلام المتشابهة ، فيذاك تناسب بين ثمن هذه الأقلام

من جهة وعددها من جهة أخرى لأن $\frac{\text{ثمن الأقالم}}{\text{عدد الأقالم}} = \text{ثابت}$ هو ثمن القلم

الواحد.

مثال (1) :

إذا كان ثمن 11 قلم 33 دينار. فما هو ثمن 15 قلم ؟

الحل :

$$\text{ثمن } 10 \text{ قلم} = \frac{10 \times 22}{11} = 20 \text{ دينار}$$

مثال (٢) :

إذا كان وزن 16 سم^٢ من معدن ما يساوي 24 جرام ، فما هو وزن 20 سم^٢ من نفس المعدن ؟

الحل :

$$\text{وزن } 20 \text{ سم}^2 = \frac{20 \times 24}{16} = 30 \text{ جرام}$$

ج) إذا كان هناك تناسب بين كمية ما وعكس أو مقلوب كمية أخرى نقول أن بين الكميتين تناسباً عكسياً. فمثلاً هناك تناسب عكسي بين عدد العمال المكلفين بإنجاز عمل معين والفترة الزمنية اللازمة لإنجاز ذلك العمل. أي أنه كلما زاد عدد العمال كلما قل الوقت اللازم لإنجاز العمل.

مثال (١) :

يحتاج أربعة عمال إلى عشرة أيام لطلاء جدران منزل ما. فكم يوم يحتاج خمسة عمال لطلاء المنزل ؟

الحل :

$$\begin{aligned} \text{لإنجاز العمل يحتاج العامل الواحد إلى } 40 &= 10 \times 4 \text{ يوماً} \\ \text{لإنجاز العمل يحتاج خمسة عمال إلى } 8 &= 40 \div 5 \text{ أيام} \end{aligned}$$

مثال (٢) :

تحتاج 11 حنفية ماء مفتوحة معاً إلى 3 ساعات لملئ خزان ما. فكم من الزمن نحتاج لملئ الخزان إذا فتحنا 6 حنفيات فقط ؟

الحل :

$$\begin{aligned} \text{الحنفية الواحدة تحتاج إلى } 33 &= 3 \times 11 \text{ ساعة} \\ \text{الزمن الذي يحتاجه 6 حنفيات } 6 &= 33 \div 6 = 5.5 \text{ ساعات ونصف الساعة} \end{aligned}$$

٢- نسب مئوية :

- المتكسود من الرمز 13% هو 13 من مئة ، وإذا استخدمناها ككسر تكون $\frac{13}{100}$ ، أما كعدد عشري فهي 0.13

- إذا أردنا استخراج 13% من 500 دينار مثلاً نضرب $500 \times \frac{13}{100} = 65$ ديناراً.

مثال (١) :

فصل دراسي فيه ٢٥ تلميذ ، إذا كان ٧٢% من التلاميذ أتقوا باللغة العربية. ما هو عدد الطلبة الضعفاء في هذه اللغة.

الحل :

$$\text{عدد الطلبة الأتقوا بالعربية} = \frac{72 \times 25}{100} = 18 \text{ تلميذ}$$

$$\text{عدد الضعفاء} = 25 - 18 = 7 \text{ تلاميذ}$$

مثال (٢) :

وزن إبراهيم اليوم هو ٨% أكثر مما كان عليه السنة الماضية. إذا كان وزنه السنة الماضية ٥٥ كلف ، فما وزنه اليوم ؟

الحل :

$$\text{مقدار الزيادة في الوزن} = \frac{8}{100} \times 55 = 4.4 \text{ كلف}$$

$$\text{وزنه اليوم} = 55 + 4.4 = 59.4 \text{ كلف}$$

مثال (٣) :

عندما يتجمد الماء يزداد حجمه ٤% . ما هو حجم الماء الذي تحتاجه لصنع ٧٢٨ سم^٣

من الثلج ؟

الحل :

$$\text{حجم الثلج} = 104\% \text{ من حجم الماء}$$

$$\text{حجم الماء المطلوب} = \frac{100 \times 728}{104} = 700 \text{ سم}^3$$

٣- فوائد بنكية :

إذا وضع أحدهم مبلغاً من المال في أحد البنوك تسمى هذا المبلغ رأس المال. إذا أعطى البنك نسبة مئوية كفايدة على المبلغ تسمى هذه النسبة سعر الفائدة. المبلغ الإجمالي الذي يجنيه المودع لقاء إيداع رأسماله لفترة زمنية معينة يسمى الفائدة.

$$\text{قاعدة : العائد} = \text{رأس المال} \times \text{سعر الفائدة} \times \text{الزمن بالسنوات}$$

مثال (١) :

أودع رجل مبلغ ٥٠٠٠ د.ك لمدة ٣ سنوات بفائدة سنوية مقدارها ١٢% . ما هو المبلغ

الإجمالي الذي سيقتضه الرجل في نهاية المدة ؟

الحل :

$$\text{العائد} = 3 \times \frac{12}{100} \times 5000 = 1800 \text{ د.ك}$$

$$\text{المبلغ الذي سيقيضه الرجل} = 1800 + 5000 = 6800 \text{ د.ك}$$

مثال (٢) :

أودع رجل مبلغ ٢٨٠٠ د.ك لمدة سنة فكان عائد المبلغ ٢٣٨ د.ك ، فما كان سعر

الفائدة ؟

الحل :

$$\text{سعر الفائدة} = \frac{100 \times 238}{2800} = 8,5\%$$

مثال (٣) :

استدان تاجر مبلغاً من المال بفائدة سنوية مقدارها ١٥% ، وذلك لمدة سنة. ما هو

المبلغ الذي استدانته التاجر إذا كان عليه أن يعيد إلى البنك مبلغاً إجمالياً وقدره ٢٨٧٥٠ د.ك ؟

الحل :

المبلغ الإجمالي الذي سيعيده التاجر = ١١٥% من المبلغ الذي استدانته

$$\text{المبلغ الذي استدانته} = \frac{100 \times 28750}{115} = 25000 \text{ د.ك}$$

8. استراتيجيات الحل والنمذجة:

تعطى هنا تمارين متنوعة لا يحتاج حلها إلى أية رياضيات متقدمة أو متخصصة. هذه التمارين يحتاج حلها إلى أكثر من خطوة ولا تستخدم سوى عمليات حسابية بسيطة وتفكير سليم.

مثال (١) :

أوجد قطر الدائرة بدلالة مساحتها.

الحل :

$$\begin{aligned} \text{مساحة الدائرة} &= \pi \text{ نق}^2 \\ \frac{\text{المساحة}}{\pi} &= \text{نق}^2 \\ \sqrt{\frac{\text{المساحة}}{\pi}} &= \text{نق} \\ \text{قطر الدائرة} &= \sqrt{\frac{\text{المساحة}}{\pi}} \cdot 2 \end{aligned}$$

مثال (٢) :

عمر سليم من سنوات . فما عمر أخيه المولود قبله بـ ق سنوات ؟

الحل :

$$\text{عمر أخيه} = \text{س} + \text{ق}$$

مثال (٣) :

مستطيل طوله ط يزيد عن عرضه بـ ٧ سم. أوجد محيط المستطيل ومساحته.

الحل :

$$\begin{aligned} \text{عرض المستطيل} &= \text{ط} - ٧ \\ \text{محيطه} &= ٢(\text{ط} + \text{ط} - ٧) = ٤\text{ط} - ١٤ \\ \text{مساحته} &= \text{ط}(\text{ط} - ٧) \end{aligned}$$

مثال (٤) :

خزان مياه فارغ تستطيع حنفية في أعلاه أن تملأه خلال ساعتين وأخرى في أسفله تحتاج إلى إفراغه لثلاث ساعات. فكم من الوقت يستغرق ملئ الخزان إذا فتحنا الحنفيتين معاً؟

الحل :

خلال ساعة واحدة : الأولى تملأ نصف الخزان والثانية تفرغ ثلثه.
صافي الباقي في الخزان خلال ساعة واحدة = $\frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ الخزان
إذا امتلأ $\frac{1}{6}$ الخزان في ساعة واحدة ، نحتاج إلى 6 ساعات لملئ الخزان بأكمله.

مثال (٥) :

اشترى تاجر ٣٦٠ كلغ من البطاطا بسعر ١٢٠ فلس للكيلو الواحد ، لكنه وجد أن ٢٠ % منها تالف لا يستطيع بيعه. فيكم يبيع هذا التاجر كيلو البطاطا إذا كان يريد ربحاً مقداره ١٥% ؟

الحل :

$$\begin{aligned} \text{ثمن الشراء} &= ١٢٠ \times ٣٦٠ = ٤٣٢٠٠٠ \text{ فلساً} \\ \text{الربح المتبقي} &= \frac{١٥}{١٠٠} \times ٤٣٢٠٠٠ = ٦٤٨٠ \text{ فلساً} \\ \text{ثمن البيع} &= ٤٣٢٠٠٠ + ٦٤٨٠ = ٤٩٦٨٠ \text{ فلساً} \\ \text{التكلف من البطاطا} &= \frac{٢٠ \times ٣٦٠}{١٠٠} = ٧٢ \text{ كلغ} \\ \text{الصالح من البطاطا} &= ٣٦٠ - ٧٢ = ٢٨٨ \text{ كلغ} \\ \text{ثمن مبيع كلغ البطاطا} &= ٤٩٦٨٠ \div ٢٨٨ = ١٧٢,٥ \text{ فلساً} \end{aligned}$$

مثال (6)

محيط مربع يساوي ضعف محيط المثلث متطابق الاضلاع . اذا كان طول احد اضلاع المربع 75 سم ، فما هو طول احد اضلاع المثلث ؟

الحل:

$$\begin{aligned} \text{محيط المربع} &= 75 \times 4 = 300 \text{ سم} \\ \text{ولكن محيط المربع} &= 2 \times \text{محيط المثلث} \\ \text{او محيط المثلث} &= \frac{1}{2} \times \text{محيط المربع} \\ 150 = 300 \times \frac{1}{2} &= \\ \text{طول ضلع المثلث} &= 3 + 150 = 50 \text{ سم} \end{aligned}$$